

두개의 목적함수를 가지는 다목적 최적설계를 위한 적응 가중치법에 대한 연구

김일용[#], Olivier de Weck^{*}

Adaptive Weighted Sum Method for Bi-objective Optimization

Il Yong Kim[#] and Olivier de Weck^{*}

ABSTRACT

This paper presents a new method for bi-objective optimization. Ordinary weighted sum method is easy to implement, but it has two significant drawbacks: (1) the solution distribution by the weighted sum method is not uniform, and (2) the method cannot determine any solutions that reside in non-convex regions of a Pareto front. The proposed adaptive weighted sum method does not solve a multiobjective optimization in a predetermined way, but it focuses on the regions that need more refinement by imposing additional inequality constraints. It is demonstrated that the adaptive weighted sum method produces uniformly distributed solutions and finds solutions on non-convex regions. Two numerical examples and a simple structural problem are presented to verify the performance of the proposed method.

Key Words : adaptive weighted sum method (적응 가중치법), multiobjective optimization (다목적 최적설계), Pareto optimum (파레토 최적해)

기호설명

\mathbf{J}^U = Utopia point
 \mathbf{J}^N = Nadir point
 α = Weight between two objective functions
 δ_j = Offset distance
 $l_{\text{terminate}}$ = Maximum allowable distance
 between two neighboring Pareto
 solutions in the last phase

1. 서론

최적설계는 주어진 제한조건을 만족시키면서 목적함수를 최소화 또는 최대화시키도록 설계변수의 값을 조절함으로써 설계하고자 하는 시스템의 성능을 향상시키는 기술이다. 일반적인 경우에는 한 개의 목적함수를 가지지만, 종종 한 개 이상의 목적함수를 동시에 고려하는 것을 필요로 하는 경우가 있으며 이를 다목적 최적설계라 한다. 예를 들면 어떤 시스템의 성능을 최대화시키면서 동시에 개발비용은 최소화 시키기를 원하는 경우가 있

¹ 접수일: 2003년 11월 26일; 게재승인일: 2004년 6월 11일

[#] 교신저자: MIT 항공우주공학과

E-mail kiy@mit.edu Tel. 1-627-324-6190

^{*} MIT 항공우주공학과

으며, 이와 같은 경우 다목적 최적설계 방법을 사용하여 두 목적함수를 최적화 한다.

다목적 최적설계의 방법으로는 ϵ -구속조건 방법(ϵ -constraint method)이 있으며, 이 방법은 주어진 한개의 목적함수를 제외한 다른 모든 목적함수의 최대 수준을 정해놓고 이 범위내에서 그 목적함수를 최소화시키는 것이다^{1,2}. 최대수준을 조금씩 바꾸면서 최적설계를 수행하고, 이 과정을 모든 목적함수에 대해서 수행한다. 다른 방법으로는, 한개를 제외한 모든 목적함수의 값을 고정시키고 한개의 목적함수에 대해서 최적화를 하는 등식구속조건 방법(equality constraint method)이 있다³. 시뮬레이티드 어닐링(simulated annealing)⁴이나 유전자 알고리즘^{5,6,7}을 사용하여 다목적 최적설계를 수행하기도 한다. Das와 Dennis⁸는 1998년에 법선경계 교차 방법(NBI: Normal Boundary Intersection method)을 제안하였으며, 이방법은 파레토 최적해 표면(Pareto front)이 볼록(convex)하지 않은 경우에도 파레토 최적해를 구할 수 있으며, 복잡한 파레토 최적해 표면의 경우에도 매우 균일하게 분포된 해를 얻을 수 있다.

다목적 최적설계에서 가장 많이 사용되는 방법은 가중치법(WS: Weighted Sum method)이며, 이 방법은 다목적 최적설계 문제를 단일 목적함수를 가지는 여러개의 최적설계 문제로 바꾸어 푸는 방법이다. 이 때 각각의 단일목적함수는 주어진 각각의 목적함수에 가중치를 곱해서 모두 더함으로써 얻어지게 되며, 이 가중치를 조금씩 변화시키면서 만들어진 단일 목적함수 최적설계 문제의 해를 목적함수공간에 배열하면 파레토 최적해를 얻을 수 있다. 가중치법은 다목적 함수 최적설계에서 일반적으로 가장 많이 사용되는 방법이며, Zadeh⁹나 Stadler^{10,11}가 초기에 많은 기여를 하였다. Koski¹²는 가중치법을 다목적 트러스 최적설계 문제에 적용하였다.

비록 가중치법이 직관적으로 이해하기 쉽고 프로그래밍하기 쉬운 장점때문에 많이 사용되기는 하지만, Messac¹³, Das¹⁴, Koski¹⁵ 등의 연구에서 지적된 바와 같이 두가지 중요한 결점이 있다. 첫째, 여러개 목적함수의 가중치값을 균일하게 변화시키는 것이 목적함수 공간에서의 균일한 파레토해 분포를 보장하지 않는다. 실제 공학문제에서 가중치법은 종종 불균등하게 분포된 해를 찾으며, 이것으로 인해 어떤 부분에서는 파레토 최적해 표면이

정확하지 않게 근사화된다. 두번째 결점은 목적함수 공간의 파레토 최적해 표면이 볼록하지 않은 경우에는 가중치법이 볼록하지 않은 파레토 최적해 표면에 위치하는 파레토 최적해를 찾을 수 없다는 것이다. 가중치의 증분값을 감소시킴으로써 더 많은 파레토 최적해를 찾는다 고 해도 볼록하지 않은 부분의 파레토 최적해를 찾을 수 없다.

본 연구에서는 가중치법에 기반을 둔 새로운 다목적 최적설계 방법인 적응 가중치법(AWS: Adaptive Weighted Sum method)을 제안하고, 여러개의 예제를 통하여 기존의 가중치법과 성능비교를 하였다. 본 논문에서는 두개의 목적함수를 가지는 다목적 최적설계 문제(bi-objective optimization problem)만을 위한 적응 가중치법이 개발되었고, 향후에 n 개의 목적함수를 가지는 다목적 최적설계를 다룰 수 있도록 확장될 것이다.

2. 적응가중치법의 개요

Fig. 1은 일반 가중치법에 의해 얻어지는 해의 한 예를 보여준다. 작은 동그라미는 계산에 의해 얻어진 파레토 최적해를 나타내고, 실제 파레토 최적해 곡면은 실선으로 나타나 있다. 두개의 목적함수 J_1 과 J_2 를 최소화 시키는 최적설계문제이며 실제 파레토 최적해 표면은 평평한 부분과 오목한 부분(concave region)으로 이루어져 있다. 그림에서 보는바와 같이 일반 가중치법이 사용되는 경우에는 오목한 부분에서는 파레토 최적해를 찾을 수 없으며, 평평한 부분에서는 파레토 최적해를 찾을 수 있으나 매우 불균등하게 해를 얻게 된다.

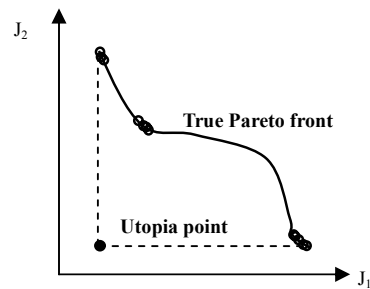


Fig. 1. The typical weighted sum method

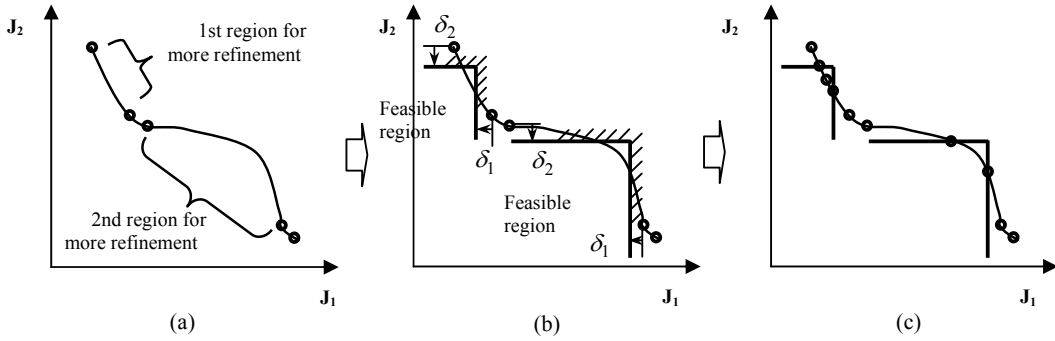


Fig. 2 The procedure of the adaptive weighted sum method

Fig. 2 에서와 같이 적응 가중치법은 일반 가중치법을 적은 개수의 가중치값으로 수행한뒤, 파레토 최적해간의 거리를 분석하여 추가로 해를 더 구할 필요가 있는 구간을 선정한다. 이 구간내에서 각 구간 양끝의 파레토 최적해로부터 J_1 과 J_2 축과 평행한 방향으로 각각 δ_1 과 δ_2 만큼 떨어진 두개의 부등식 제한조건을 추가하여 새로운 최적설계 영역을 설정한다. 이 영역에서 일반 가중치법을 이용하여 최적설계를 수행하면 불룩한 부분과 오목한 부분 모두에서 새로운 해가 구해지게 된다. 수렴조건을 만족할때까지 이 과정을 계속 반복하면 매우 균일하게 분포된 파레토 최적해를 얻을 뿐 아니라, 파레토 최적해 표면의 오목한 부분에서도 해를 얻게 된다.

3. 적응 가중치법을 이용한 다목적 최적설계

본 절에서는 두개의 목적함수를 가지는 다목적 최적설계의 경우에 대해서 적응 가중치법을 단계별로 서술한다.

[Step 1] 목적함수를 정규화(normalize)시킨다. \mathbf{x}^{i*} 가 i 번째 목적함수 J_i 의 최적해일 때, 정규화된 목적함수 \bar{J}_i 는 다음과 같이 정의된다.

$$\bar{J}_i = \frac{J_i - J_i^U}{J_i^N - J_i^U} \quad (1)$$

여기서 \mathbf{J}^U 은 이상 최적해(utopia point)로써

$$\mathbf{J}^U = [J_1(\mathbf{x}^{1*}), J_2(\mathbf{x}^{2*})] \quad (2)$$

로써 정의되고, \mathbf{J}^N 은 최하 최적점(nadir point)으로써

$$J_i^N = \max[J_i(\mathbf{x}^{1*}), J_i(\mathbf{x}^{2*})] \quad (3)$$

와 같이 정의된다.

[Step 2] 적은 개수의 가중치 값으로 일반 가중치법 다목적 최적설계를 수행한다. 두개의 목적함수를 가지는 다목적함수의 일반 가중치법에 의한 최적설계 문제 정의는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \min \quad & \alpha \bar{J}_1(x) + (1-\alpha) \bar{J}_2(x) \\ \text{s.t.} \quad & h(x) = 0 \\ & g(x) \leq 0 \\ & \alpha \in [0,1] \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $h(x)$ 와 $g(x)$ 는 각각 등식제한조건, 부등식제한 조건을 나타내며, α 는 목적함수간의 상대적인 중요도를 나타내는 가중치이다. α 는 0 부터 1 까지 일정한 증분량($\Delta\alpha$)에 따라 변하게 되며 파레토 최적해 표면상의 최적해의 개수는 이 가중치의 개수에 따라 결정된다.

$$\Delta\alpha = \frac{1}{n_{\text{initial}}} \quad (5)$$

여기서 n_{initial} 는 얻고자 하는 최적해의 개수이며, 이 값을 작게하면 가중치의 증분량이 증가하고 더 적은 개수의 가중치 값에 해당하는 다목적 최적설계 문제를 풀게된다.

[Step 3] 목적함수 공간에서 모든 인접하는 최적해 사이의 거리를 구한다. 이 때 겹치는 최적해가 있으면, 한 개를 제외하고 나머지 해는 모두 제거한

다.

[Step 4] 추가로 최적해를 더 얻을 필요가 있는 구간을 선정하고 각 구간에 대해서 얻고자 하는 최적해의 개수를 결정한다. 인접하는 최적해 사이의 거리가 상대적으로 길수록 더 많은 최적해를 얻도록 부 최적화문제가 정의된다. i 번째 구간에 대해서 추가로 얻고자 하는 최적해의 개수 n_i 는 다음과 같이 정의된다.

$$n_i = \text{round} \left(C \frac{l_i}{l_{\text{avg}}} \right) \quad \text{for the } i\text{th segment} \quad (6)$$

여기서 l_i 는 i 번째 구간의 길이, l_{avg} 는 모든 구간의 평균길이, C 는 상수이다. ‘round’는 반올림 함수이다.

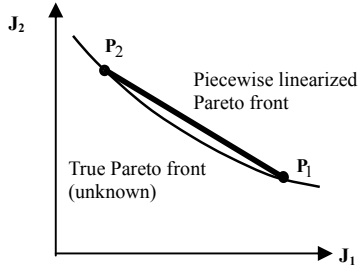


Fig.3 (a) Piecewise linearized Pareto front

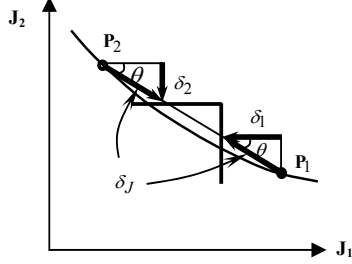


Fig.3 (b) Obtain δ_1 and δ_2

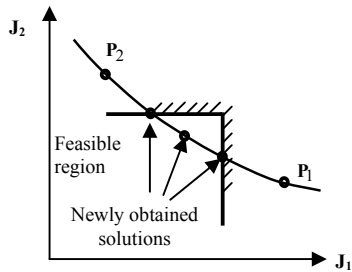


Fig. 3 (c) Obtain new solutions in the feasible region

[Step 5] n_i 가 1 보다 작거나 같으면, 그 구간에서는 부 최적설계를 수행하지 않는다. n_i 가 1 보다 큰 구간에 대해서는 다음의 단계를 계속 수행한다.

[Step 6] Fig. 3 에서와 같이, 각 구간 양끝의 파레토 최적해로부터 J_1 과 J_2 축과 평행한 방향으로 각각 δ_1 과 δ_2 만큼 떨어진 두개의 부등식 제한조건을 추가하여 부 최적화를 수행한다. 구간 양 끝점을 따라 구간 선형화된 파레토 최적해 곡선위에서 안쪽 방향으로의 오프셋 이동거리 δ_J 는 사용자가 결정한다. 이 오프셋 이동거리는 마지막 축차단계에서 인접 파레토 최적해 사이의 최대거리가 되기 때문에, 풀고자 하는 문제의 최종 파레토 최적해의 분포밀도를 결정한다. 주어진 δ_J 에 대해서 δ_1 과 δ_2 는 다음의 식에 의해 결정된다.

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \delta_J \cos \theta \\ \delta_2 &= \delta_J \sin \theta \end{aligned} \quad (7)$$

여기서

$$\theta = \tan^{-1} \left(-\frac{P_1^y - P_2^y}{P_1^x - P_2^x} \right)$$

이고, P_1^x 와 P_1^y 는 각각 구간의 양 끝점 P_1 의 x , y 좌표이다.

[Step 7] 두개의 부등식 제한조건을 추가하여 각 구간에서 부 최적화를 일반 가중치방법을 사용하여 수행한다. 각 i 번째 구간의 최적화 문제정의는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \min \quad & \alpha_i \bar{J}_1(x) + (1 - \alpha_i) \bar{J}_2(x) \\ \text{s.t.} \quad & \bar{J}_1(x) \leq P_1^x - \delta_1 \\ & \bar{J}_2(x) \leq P_2^y - \delta_2 \\ & h(x) = 0 \\ & g(x) \leq 0 \\ & \alpha \in [0, 1] \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 δ_1 과 δ_2 는 step 6 에서 얻은 오프셋 거리이다.

가중치 α_i 의 증분 $\Delta\alpha_i$ 은 step 4 에서 구한 n_i 를 이용하여 구한다.

$$\Delta\alpha_i = \frac{1}{n_i} \quad (9)$$

[Step 8] 모든 파레토 최적해를 대상으로 인접한 두 해 사이의 거리를 계산한다. 모든 거리가 사용자에 의해서 주어진 구간 최대 기준거리($l_{\text{terminate}}$) 보다 작으면 종료한다. $l_{\text{terminate}}$ 보다 더 긴 구간이 존재하면 step 4 로 간다.

4. 수치예제 및 고찰

일반 가중치법과 제안된 적응가중치법의 성능을 2 개의 수치예제에 대해서 비교하였다. 그리고, 트러스 구조물의 동적거동을 고려하는 다목적 최적설계를 적응 가중치법으로 수행하였다. 최적설계방법은 MATLAB 의 SQP 를 사용하였다.

4.1 블록한 파레토 최적해 표면 (예제 1)

첫번째 예제는 파레토 최적해가 블록하지만 목표물은 일정하지 않은 경우이다⁸. 문제정의는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \text{minimize} \quad \begin{cases} J_1 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 \\ J_2 = 3x_1 + 2x_2 - \frac{x_3}{3} + 0.01(x_4 - x_5)^3 \end{cases} \\ & \text{subject to} \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 - 0.5x_4 + x_5 = 2, \\ 4x_1 - 2x_2 + 0.8x_3 + 0.6x_4 + 0.5x_5^2 = 0, \\ x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 \leq 10 \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

Fig. 4 와 Fig. 5 에서 일반 가중치법(WS)에 의한 결과와 적응 가중치법(AWS)에 의한 결과를 비교하였다.

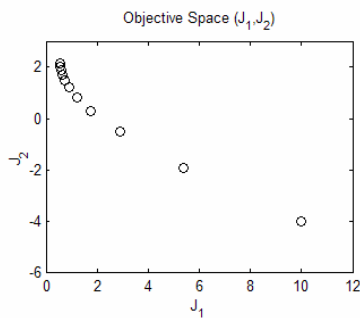
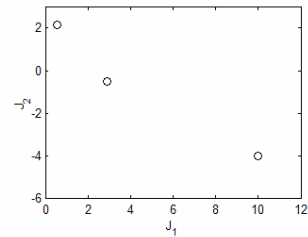
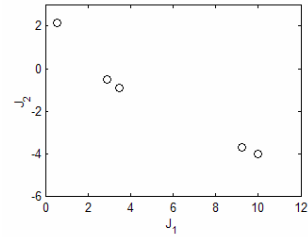


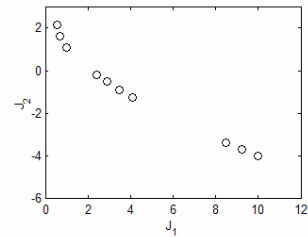
Fig. 4 Results of multiobjective optimization by Weighted Sum Method for example 1



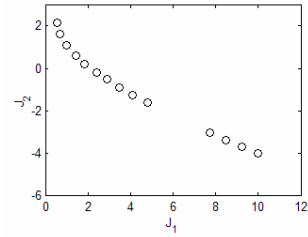
(a) Phase 1



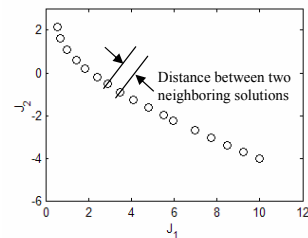
(b) Phase 2



(c) Phase 3



(d) Phase 4



(e) Phase 5

Fig. 5 Results of multiobjective optimization by Adaptive Weighted Sum Method for example 1

일반 가중치법을 사용하는 경우에는 곡률반경이 작은 왼쪽 위부분에 대부분의 해가 집중되어 있고, 곡률반경이 크면서 변화가 거의없는 나머지 부분에서는 적은 개수의 해가 얻어졌다.

적용 가중치법은 5 번의 축차과정을 거쳐서 종료되었고, 파레토 최적해가 균등하게 분포되어있다. 오프셋 거리 δ_j 는 0.1 이고, 3 절의 step 6 에 의하여 δ_1 과 δ_2 을 구하였다. 적용 가중치법의 성능을 평가하기 위해서 해석시간과 인접 파레토 최적해간의 거리 분산을 Table 1 에서 일반 가중치법과 비교하였다. 두 방법 모두 17 개의 해를 얻은 경우이며, CPU 시간은 적용 가중치법이 두배정도 소요되었지만, 파레토 최적해의 균등분포의 정도를 나타내는 인접하는 파레토 최적해를 연결하는 구간거리의 분산은 매우 작았다.

Table 1 Comparison of the results (example 1)

	WS	AWS
No. of solutions	17	17
CPU time (sec)	1.71	3.83
Length variance ($\times 10^{-4}$)	266	2.3

4.2 볼록하지 않은 파레토 최적해 표면 (예제 2)

앞의 예제에서는 파레토 최적해 표면이 볼록하였기 때문에, 일반 가중치법을 사용했을 때의 문제는 파레토 최적해의 분포가 균일하지 않다는 것 뿐이었다. 그러나 이번 예제에서와 같이 파레토 최적해 표면이 볼록하지 않은 경우에는, 일반 가중치법은 일부의 파레토 최적해 밖에 찾을 수 없다. 문제정의는 다음과 같다¹⁶.

$$\text{maximize} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix}$$

where

$$J_1 = 3(1-x_1)^2 e^{-x_1^2-(x_2+1)^2} - 10\left(\frac{x_1}{5} - x_1^3 - x_2^5\right) e^{-x_1^2-x_2^2} - 3e^{-(x_1+2)^2-x_2^2} + 0.5(2x_1+x_2)$$

and

$$J_2 = 3(1+x_2)^2 e^{-x_2^2-(x_1+1)^2} - 10\left(-\frac{x_2}{5} + x_2^3 + x_1^5\right) e^{-x_2^2-x_1^2} - 3e^{-(2-x_2)^2-x_1^2}$$

subject to $-3 \leq x_i \leq 3, i=1,2$ (11)

이 비선형 다목적 최적화문제를 푸는데 어려운 점은 설계공간(design space)이 매우 비선형이기 때문에 설계변수의 출발점에 따라서 최적해가 달라진다는 것이다. 전체 최적점을 찾기 위해서 몇 개의 점을 시작점으로 최적화를 수행하였고, 그 중에서 가장 좋은 성능을 보이는 해를 최종 최적해로 선택하였다. 일반 가중치법은 (1.5, 0), (1, 1), (0, 2)의 세 점을 출발점으로 하여 그중에서 가장 좋은 해를 선정하였으며, 적용 가중치법은 설계변수 정의역을 격자모양으로 나누어서 각 격자점을 출발점으로 하였다. 본 연구에서는 $\Delta x_1 = \Delta x_2 = 2.0$ 의 값을 사용하였다.

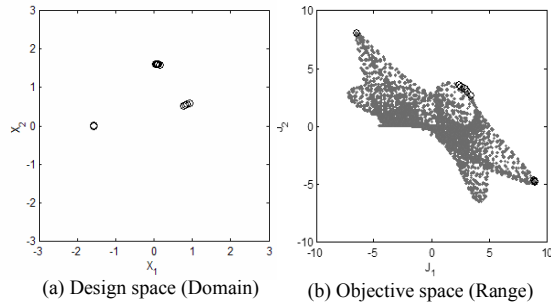


Fig. 6 Results by the usual weighted sum method for multiobjective optimization with a non-convex Pareto front (example 2)

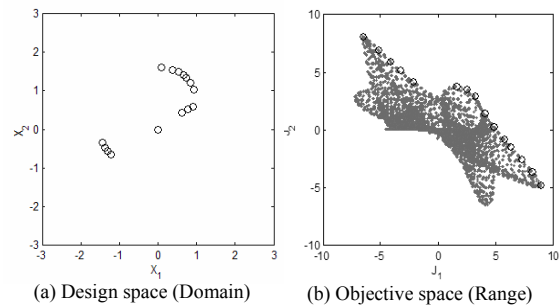


Fig. 7 Results by the adaptive weighted sum method for multiobjective optimization with a non-convex Pareto front (example 2)

Fig. 6 은 일반 가중치법에 의한 최적해를 설계 공간(design space)과 목적함수 공간(objective space)에서 보여준다. 전체조합해석(full combinatorial analysis)에 의해서 얻어진 목적함수 공간에서의 변역이 표시되어 있고, 작은 동그라미가 다목적 최적화에 의해 얻어진 파레토 최적해를 나타낸다. 두개의 목적함수를 최대화시키는 다목적 최적설계 문제이기 때문에, 변역의 오른쪽 위부분에 파레토 최적해가 존재한다. 파레토 최적해가 전체 파레토 최적해 곡선을 따라 분포되어 있지 않고, 불록한 세 부분에만 집중되어 있다. 일반 가중치법은 불록함수 조합(convex combination)에 의해서 파레토 최적해를 찾기 때문에 이 예제에서와 같이 불록하지 않은 부분(non-convex region)은 찾아낼 수 없다.

제안된 적응 가중치법에 의한 파레토 최적해는 Fig. 7 에 표시되어 있다. 불록한 부분뿐 아니라 불록하지 않은 부분에서도 매우 균일하게 분포된 파레토 최적해를 구할 수 있었다. 사용된 오프셋 거리는 0.1 이고 8 번의 축차로 최종해를 얻었다. Table 2 에서 일반 가중치법과 적응가중치법의 CPU 시간과 거리 분산을 비교하였다. 적응 가중치법은 불록하지 않은 부분의 해를 찾을 뿐 아니라, 파레토 최적해의 분포도 매우 균일함을 알 수 있다. 일반 가중치법은 해석 CPU 시간이 더 작지만 해의 분포가 매우 불균등하다. 가장 큰 차이점은 아무리 계산시간을 늘리더라도 일반 가중치법으로는 불록하지 않은 부분에 있는 파레토 최적해는 찾아낼 수 없다는 것이다.

Table 2 Comparison of the results (example 2)

	WS	AWS
No. of solutions	15	15
CPU time (sec)	0.4	28.1
Length variance ($\times 10^{-4}$)	632	4.3

4.3 트러스 (예제 3)

Fig. 8 과 같이 2 개의 막대로 이루어진 트러스 문제의 동적거동 문제¹⁵에 적응 가중치법을 적용하였다. 각 막대의 단면적(A_i)이 설계변수이며 전체 체적과 첫번째 고유진동수의 제곱을 목적함수로 하여 다목적 최적설계 문제를 정의하였다.

$$\begin{aligned} & \text{mimimize} \begin{bmatrix} Volume(A_i) \\ \omega_1^2(A_i) \end{bmatrix} \\ & \text{subject to } A_{\text{lower limit}} \leq A_i \leq A_{\text{upper limit}}, \quad i = 1, 2 \end{aligned} \quad (12)$$

막대의 질량이 반씩 양쪽 끝에 집중되었다고 가정하여 문제를 단순화시켜 해석적인 방법으로 고유진동수를 구하였다.

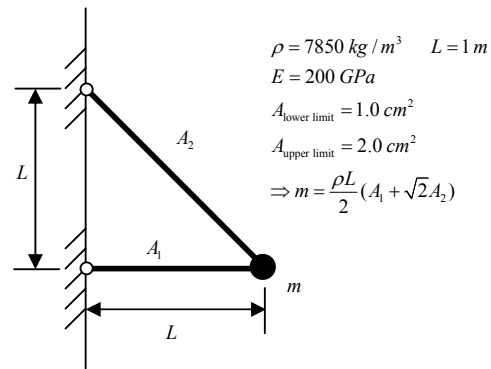


Fig. 8 Two-bar truss problem (example 3)¹⁵

이 문제도 예제 2 와 마찬가지로 파레토 최적해 표면이 불록하지 않기 때문에, 일반 가중치법을 사용하면 불록한 부분인 양쪽 끝에서만 파레토 최적해를 얻게 된다. Fig. 9 에 오프셋 거리를 네 단계로 변화시키면서 각각의 경우에 해당하는 최적해가 도시되어 있다. 오프셋 거리를 줄이면 구간 최대 기준거리($l_{\text{terminate}}$)가 줄어들기 때문에 해의 분포 밀도가 증가하게 된다. 불록하지 않은 부분에서도 파레토 최적해를 얻을 수 있었고, 해의 분포도 매우 균등하다.

5. 결론

다목적 최적설계 문제를 푸는데 많이 사용되는 가중치방법은 파레토 해의 분포가 매우 불균등하다는 것과 불록하지 않은 부분에서는 파레토 해를 찾을 수 없다는 단점이 있다. 본 연구에서 제안된 적응 가중치 방법은 모든 영역을 한 번에 미리 정해진 규칙에 따라 탐색하는 것이 아니라,

문제의 특성에 따라서 추가로 해를 얻을 필요가 있는 부분을 찾아가면서 부 최적화를 수행하기 때문에 해의 분포가 매우 균등하고 불룩하지 않은 지역의 파레토 해를 찾을 수 있다. 적응 가중치 방법을 두개의 검증 예제와 트러스 문제에 적용하여 일반 가중치법과 성능비교를 하였다.

제안된 적응 가중치법의 단점은, 두개의 부등식 제한 조건이 추가되기 때문에 설계공간의 가용 영역(feasible region)이 줄어들게 되어 최적해로의

수렴성이 나빠질 수 있다는 것이다. 그러나 대부분의 문제에서는 매우 좋은 수렴성을 보였고, 예제 2 와 같이 매우 비선형성이 큰 문제에서는 여러개의 설계변수의 시작점을 사용하여 최적해로 수렴할 수 있었다. 본 논문에서는 적응 가중치법이 두개의 목적함수를 가지는 문제에 적용될 수 있도록 개발되었고, 앞으로의 연구에서 두 개 이상의 목적함수를 가지는 최적화문제에 적용할 수 있도록 일반화시킬 것이다.

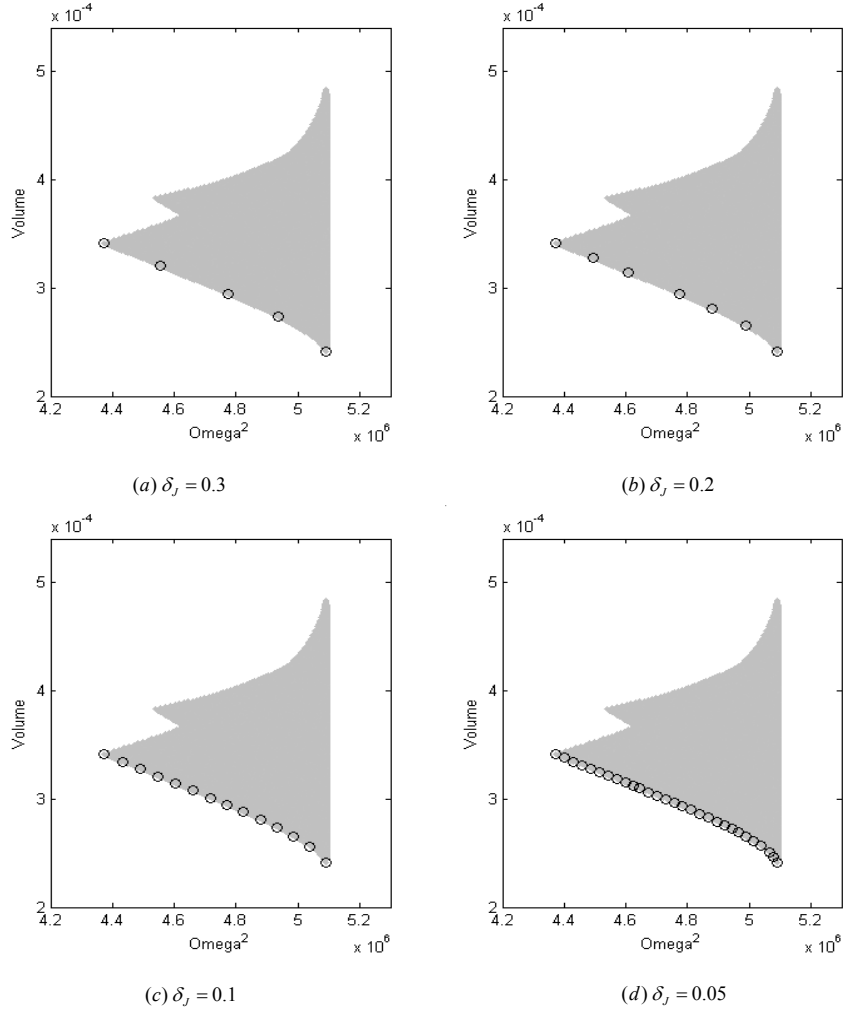


Fig. 9 Solutions for a two-bar truss problem with different offset distances

후 기

이 논문은 한국과학재단의 해외 Post-doc. 연수지원에 의하여 연구되었음

참고문헌

1. Marglin, S. Public Investment Criteria, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1967.
2. Steuer, R. E., Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation and Application, John Wiley & Sons, New York, 1986.
3. Lin, J., "Multiple objective problems: Pareto-optimal solutions by method of proper equality constraints," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 21, pp. 641-650, 1976.
4. Suppaitnarm, A., Seffen, K. A., Parks, G. T., and Clarkson, P. J., "A simulated annealing algorithm for multiobjective optimization," Engineering Optimization, Vol. 33, No. 1, pp. 59-85, 2000.
5. Goldberg, D. E., "Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning," Addison Wesley, 1989.
6. Fonseca, C. and Fleming, P., "An overview of evolutionary algorithms in multiobjective optimization," Evolutionary Computation, Vol. 3, pp. 1-18, 1995.
7. Tamaki, H., Kita, H. and Kobayashi, S., "Multiobjective optimization by genetic algorithms: a review," 1996 IEEE International Conference on Evolutionary Computation, ICEC '96, Nagoya, Japan, 1996.
8. Das, I. and Dennis, J. E., "Normal-Boundary Intersection: A New Method for Generating Pareto Optimal Points in Multicriteria Optimization Problems," SIAM Journal on Optimization, Vol. 8, No.3, pp. 631-657, 1998.
9. Zadeh, L., "Optimality and Non-Scalar-Valued Performance Criteria," IEEE Trans. Automatic Control, AC-8, 59, 1963.
10. Stadler, W., "A Survey of Multicriteria Optimization, or the Vector Maximum Problem," Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 29, pp. 1-52, 1979.
11. Stadler, W., "Applications of Multicriteria Optimization in Engineering and the Sciences (A Survey)," Multiple Criteria Decision Making – Past Decade and Future Trends, ed. M. Zeleny, JAI Press, Greenwich, Connecticut, 1984.
12. Koski, J., "Multicriteria truss optimization," in Multicriteria Optimization in Engineering and in the Sciences, W. Stadler, ed., New York, Plenum Press, 1988.
13. Messac, A. and Mattson, C. A., "Generating Well-Distributed Sets of Pareto Points for Engineering Design using Physical Programming," Optimization and Engineering, Kluwer Publishers, Vol. 3, pp. 431-450, 2002.
14. Das, I. and Dennis, J. E., "A closer look at drawbacks of minimizing weighted sums of objectives for Pareto set generation in multicriteria optimization problems," Structural Optimization, Vol. 14, pp. 63-69, 1997.
15. Koski, J., "Defectiveness of weighting method in multicriterion optimization of structures," Communications in Applied Numerical Methods, Vol. 1, pp. 333-337, 1985.
16. de Weck, O. and Willcox, K., Multidisciplinary System Design Optimization, Lecture Note, M.I.T., 2003.