ن الرحيم بسم الله الرحم
وبركاته لله ورحمة عليكم السلام المشاهدين، أعزائي.
• هيل، أبو يونس جواد .د أنا .بنفسي أعرف أن أود البداية، في فهد الملك جامعة والإحصاء، الرياضيات قسم في المشارك الأستاذ تخصصي .السعودية العربية المملكة الظهران، والمعادن، للبترول العملية الحياة في وتطبيقاته الجبر هو الرئيس.
• ورق زمر يسمى ما على التعرف سنحاول المرئي الدرس هذا في في والمعابد المساجد في الزمر هذه بعض توجد .الأرابسك أو الحائط في الزمرموجودة هذه جميع أن بالذكر الجدير ولكن العالم، أنحاء شتى)غرناطة(الأندلس في قصرالحمراء هو واحد مكان

(1-1لنبدأ بالتعريف التالي: نعرف التقايس على أنه راسم تقابلي أي) بحيث R^2 إلى المستوى الديكارتي R^2 وشامل من المستوى الديكارتي
Q والنقطة P يحافظ على المسافات بحيث أن المسافة بين النقطة Qو P وذلك لجميع النقاط Q وصورة Pتساوي نفس المسافة بين صورة في المستوى الديكارتي
Eنرمز لهذه التناظرات بالرمز
مجموعة جزئية من المستوى الديكارتي فإننا نعرف مجموعة Wإذا كانت W بحيث تحقق أن صورة Eعلى انها مجموعة التقايسات في Wالتناظرات Wتساوي
تساوي مجموعة تناظرات المستوى الديكارتي وهي زمرة كما Eلاحظ أن لكل زمرة جزئية Eهي زمرة جزئية من Wسنوضح لاحقاً وأن مجموعة تناظرات من المستوى الديكارتي.
مارأيكم الآن بالقيام بالنشاط الأول؟
ستحاولون إيجاد التناظرات الخاصة بالدائرة.

مرحباً بكم من جديد
ا قد وفقتم في إيجاد التناظرات الخاصة بالدائرة.أرجو أن تكونو والآن لنرجع للسؤال التالي ماهي التناظرات الموجودة في المستوى؟ كما تلاحظون منا لو أخذنا هذا المستطيل ورسمنا خطاً في منتصف هذا القوس بين الجزء الأيسر للمستطيل بحيث يوجد بهذا الشكل فإن هناك تناظراً أننا وضعنا مرآة مستوية في منتصف هذا القوس أيضاً إنعكاس مرآة وك لو سحبنا هذا المستطيل بهذا الاتجاه فإننا سنجد أنه سينطبق تماما على هذا المستطيل الآخر إذن في هذا الحائط يوجد تناظر آخر هو الإنسحاب إذن يوجد عندنا نوعان من التناظرات هما الإنسحاب والإنعكاس أو إنعكاس المرآة هناك تناظر آخر هو الدوران بزاوية بين 0 و 360 درجة عكس عقارب يوجد الساعة كما هو موضح في الشكل التالي إذن هذه الثلاثة أنواع الأساس في اوية معينة، والإنعكاس أو ما يسمى التناظرات: الإنسحاب ، الدوران عبر ز هناك هو تناظر جديد،إنعكاس المرآة . لاحظ ان حاصل تركيب أي تناظرين نوع خاص ومميز من التناظرات ويسمى الإنعكاس التزحلقي وهو حاصل تركيب انعكاس مرآه يتبعه سحب موازي لمحور انسحاب المرآة كما هو موضح في الشكل التالي

السؤال الآن: هل توجد تناظرات لا يمكن الحصول عليها على شكل حاصل ر زاوية معينة وانعكاس تركيب تناظرات أساس وهي الإنسحاب ، الدوران عب ولنفرض أن صورة ρ المرآة للإجابة على هذا السؤال نأخذ تناظراً عشوائياً هو ρ الصفر في الصفر في هذا التناظر تساوي الصفر ميزة التقايس Cانه يحافظ ليس فقط على الأبعاد وإنما على الزوايا ولذلك إذا كانت فإن صورة هذه الدائرة تحت rتمثل دائرها مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها وصفر A r, نفسها أي نفس الدائرة نثبت الآن النقطة Cهذا التناظر هي على هذه Bنقطة هو نصف قطر هذه الدائرة لاحظ أن أي rعلى هذه الدائرة حيث افرض أن هذه الزاوية OAمع OBالدائرة تحدد بواسطة الزاوية التي يصنعها والزاوية αهي OA مع OA'والزاوية التي يصنعها A'تساوي ρA لتكن β ولأن B' في هذا التناظر هي B حيث صورة βهي OAمعOBالتي يصنعها ρ يحافظ على الزوايا فإن هناك حالتين فقط الحالة الأولى الزاوية $AOB' = \alpha + \beta$

عكس عقارب الساعة αفي هذه الحالة دوراناً بزاوية مقدارها ρ يمثل الحالة الثانية $AOB' = \alpha - \beta$

إذن $\frac{\alpha}{2}$ هي AOC حيث الزاوية CDانعكاساً في القطر ρ في هذه الحالة يمثل هناك عدد النهائي من التناظرات للدائرة تنقسم غلى قسمين رئيسيين و الإنعكاس قي بعكس عقارب الساعة والنوع الآخر هوαالقسم الأول هو الدوران ولكن Fأحد أقطار الدائرة. لنرمز للانعكاس في محور السينات بالرمز الانعكاس يساوي حاصل تركيب L كما ترى فإن CDانعكاساً في القطر L بعكس عقارب αفي محور السينات متبوعاً بالدوران بزاوية مقدارها .إذن يمكن الحصول على أي انعكاس في قطر من الأقطار كحاصل الساعة تركيب انعكاس في محور السينات مع تدوير من اسب نستنتج من ذلك أن عكس عقارب الساعة أو α هاالتناظرات للدائرة هي إما دوران بزاوية مقدار محور السينات أو حاصل تركيب الإنعكاس في محور الانعكاس في السينات مع تدوير من اسب أما التناظرات في المستوى فنضيف إليها الانسحاب عبر متجه معين.

أو الكوفية أو غطاء للرأس يستعمله بعض كما ترون هذا ما يسمى بالشماغ الرجال في بعض الدول العربية مارأيكم بمحاولة إيجاد جميع التناظرات في هذه الكوفية

مرحباً بكم ثانيةً

هل يمكنك أن تتخيل وجود علاقة بين المصفوفات وهي أداة مهمة في علم التي هي بالأساس متعلقة بالفن؟الجبر وبين زمر الآرابيسك في الحقيقة هناك علاقة وثيقة جداً سنستعمل المصفوفات لإثبات أن مجموعة التناظرات في حوائط الأرابيسك هي عبارة عن زمرة يعبر عن الإنسحاب عبر المتجه بواسطة الدالة تحتوي الصورة التالية لأحد الجدران بقصر الحمراء على كما تلاحظ ين في اتجاهين أحدهما أفقي والآخر عمودي انسحاب عكس دوران عقارب الساعة بالمصفوفة α يمثل الدوران بزاوية مقدارها

تحتوي زمرة الآرابيسك الخاصة بالصورة التالية التي تم التقاطها لجدار قصر الحمراء على دوران بزاوية مقدارها 90 درجة عكس عقارب الساعة للانعكاس حول محور السينات Fلنرمز بـ

حيث أن $F(P) = (x, -y)$ فإن $P = (x, y)$ إذا كانت $\begin{pmatrix} \chi \\ -y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \chi \\ y \end{pmatrix}$

فإنه يمكن تمثيل الخط الذي يصنع زاوية مقدارها γ مع محور السينات بزاوية مقدارها 2γ الموجب أي الدوران بزاوية مقدارها بعد الانعكاس في محور السينات بواسطة المصفوفة B_γ

على سبيل المثال في صورة الآرابيسك لأحد جدران قصر الحمراء يوجد خط مرآة في الذي يصنع زاوية مقدارها 45 درجة مع محور السينات انعكاس بواسطة المصفوفة B_{45} الموجب والذي يمكن تمثيله بواسطة المصفوفة

لاحظ أن جميع المصفوفات التي تم استعمالها لتمثيل التناظرات تنتمي لمجموعة المصفوفات العمودية الخاصة وهي مجموعة المصفوفات ولها هو الثنائية التي يكون حاصل ضرب هذه المصفوفة في

وهي مصفوفة عمودية خاصة $A_{90} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ مصفوفة الوحدة على سبيل المثال

وذلك لأن:

إذن يمكن تمثيل مجموعة التناظرات في المستوى بالشكل

ويمكننا تعريف عملية ثنائية

خصائص هذه العملية الثنائية؟يمكن الرجوع إلى نسأل أنفسنا الآن ماهي

صفحة الإنترنت الخاصة بهذا الدرس المرئي لإطلاع على الحسابات التي

Iتبين أن هذه العملية تجميعية، العنصر المكون من الزوج المرتب

والمتجه صفر هو عنصر محايد

رتيب المرتب ج $(A^{-1}, -A^{-1}\vec{v})$ هو النظير في Eالزوج $(A, \vec{v})$ يوجد لكل عنصر

ماذا نستنتج؟

هي زمرة $(E, *)$نستنتج أن

لنتقل الآن إلى النشاط الثالث

ارسم مثلثاً متطابق الأضلاع ثم حاول إيجاد جميع التناظرات الخاص بهذا

المثلث المتطابق الأضلاع

هذه مجموعة جزئية من مجموعة التناظرات في مجموعة التناظرات

المستوى؟

حاولوا الإجابة على هذين السؤالين وسنعود إليكم بعد قليل للإجابة على

هذه التساؤلات.

أهلاً وسهلاً بكم مرةً أخرى

تشكل مجموعة التناظرات لهذا المضلع أي مضلع منتظم عدد أضلاعه

2nتناظرات في المستوى وعدد عناصرها المنتظم زمرة جزئية من مجموعة التناظ

تكون هذه التناظرات من نوعين رئيسيين مما الدوران والانعكاس في محاور

الانعكاس

nعدداً فـرديأً فـإن هنالك nسنقوم الآن بتفصيل عناصر هذه الزمرة إذا كا ن
هي تلك الواصلة بين كل رأس ومنتصف الضبع الذي من محاور الإنعكاس
ي قابله كما في حالة المثلث المتطابق الأضلاع
الإنعكاس نصفها يصل بين حاور م من n زوجياً فإن هنالك أيضاً nأما إذا كان
الرؤوس المتقابلة بينما يصل النصف الآخر بين منتصف كل ضلع
والضلع المقابل له
لي لمثالين مما مثال المثلث المتطابق سنقوم الآن بشرح تفصي
الأضلاع والمربع
لنبدأ بالمثلث المتطابق الأضلاع:
تتكون زمر التناظر لهذا المثلث المتطابق الأضلاع من نوعين أساسيين
مما أولً الدوران بزاوية مقدارها 120 درجة ، 240 درجة،و360 درجة والتي
تكافئ الزاوية صفر
الإنعكاس في محور من المحاور ومنالك ثلاثة لتناظرات هي ار من خأما النوع الآ
محاور لإنعكاس.
الأول:يصل بين هذا الرأس ومنتصف الضلع الذي يقابله وكذلك بين هذا
الرأس ومنتصف الضلع الذي يقابله و كذلك بين هذا الرأس ومنتصف
الضلع الذي يقابله
الخاصة بالمثلث المتطابق تناظرات في زمرة التناظرات ستة كإذن منال
الأضلاع
بانسبة للمربع:أما
فهنالك ثمانية تناظرات الدوران بزاوية مقدارها 90 درجة مع عقارب الساعة
،180 درجة ،270 درجة، 360 درجة والتي تكافئ الدوران بزاوية صفر
الإنعكاسات فهنالك أربع محاور انعكاس له تستطيعون إيجادها؟أما
بين منتصف هذا الضلع ومنتصف الضلع الذي يقابله الأول يصل
الثاني الذي يصل بين منتصف هذا الضلع ومنتصف الضلع الذي
يقابله
أما الثالث فيصل بين هذا الرأس والرأس الذي يقابله
أما الرابع فيصل بين هذا الرأس والرأس الذي يقابله
أربعة محاور انعكاس للمربع
اظرات للمربع تنانية مإذن المجموع ث
إذن بشكل عام مجموعة التناظرات الخاصة بالمضلع المنتظم الذي عدد
دورانات أما النصف الآخر فهو صفها ن 2n هي زمرة عدد عناصرها nأضلاعه
لعلكم تتساءلون الآن nانعكاس في محور من محاور الانعكاس التي عددها
لمربعات ؟لماذا التركيز على المثلثات المتطابقة الأضلاع وا
حسناً
له يمكنكم إيجاد مضلعات منتظمة أخرى ممكن رصها جنباً إلى جنب على
حائطٍ ما بحيث تغطي كل الحائط دون ترك أي فراغات ودون أي تداخل بينها؟
حاولوا الآن استخدام أشكال خماسية منتظمة أو سداسية منتظمة أو سباعية
منتظمة لعمل ذلك

مرحباً بكم مرةً أخرى
ماهي زمرة الآرابيسك؟سأول تن حققم الآن الم

الآراب يسك على أنها زمرة جزئية من مجموعة التناظرات في زمرة تعرف المستوى تحتوي على انسحابين في اتجاهين غير متوازيين غير مكونة من جميع المتجهات التي تدخل L(G) صفريين يولدان شبكة زمرة G عة الانسحابات في هذه الحالة تشكل مجموعة تناظرات شكل ت يرمز لها بالرمز جزئية T(G)

زمر في تبادر للذهن الآن التساؤل الهام التالي: كيف يتم تصنيف الآراب يسك؟

الإنسحابات في زمرة جميع والمكونة من T(G) لاحظ أن الزمرة الجزئية تلعب دوراً هاماً في هذا التصنيف حيث أنها تحدد شكل القطعة الآراب يسك الأصلية التي يتم استخدامها لرص الحائط بقطع متشابهة من هذه القطع الأصلية

وفقط إذا (متكافئتان) $G \approx G'$ أن نقول أراب يسك زمرتي $G, G' \subseteq E$ لتكن تقابلي تشاكل إذا $f : G \to G'$ أن يحقق $f(T(G)) = T(G')$

ال آراب يسك؟ زمر لشبكة المجتملة الأشكال هام هي :ال آن أن نسأل

:الأساس البناء لوحدة التالية الإجتمالات لدينا توجد

وقد مستطيلاً يكون وقد معيناً يكون وقد مائلاً يكون قد أضلاع متوازي مركزاً رؤوسه أحد يكون معين هو مميز شكل ومنالك مربعاً يكون المركز المستطيل يسمى المستطيل .

أصغر أن على تنص وهي ال آراب يسك زمر فتصنيف في مهمة التالية الحقيقة أو درجة120 أو درجة180 هي أراب يسك زمر أية في تافه غير دوران زاوية درجة60 درجة90

ذلك ولإثبات

Q النقطة ولتكن الدوران هذا مراكز أحد P النقطة لتكن $n \geq 2$ أن فرض ما أقل PQ المستقيمة القطعة طول يكون بحيث $R_{\frac{360}{n}}$ وران دل آخر مركزاً يمكن

$$R_{P', \frac{360}{n}}(Q) = Q'$$

$$R_{Q, \frac{360}{n}}(P) = P'$$

أن لاحظ $|PQ| = |QP'| = |P'Q'|$

الأضلاع متطابق مثلث على نحصل الحالة هذه في $P = Q'$ الأول الاجتمال وتكون n=6

60 ,120 الأصلية الشبكة في النسخة تكون الحالة هذه في

المثلث هذا أطراف باستخدام اسية دس أشكال على الحصول ويمكن الأضلاع المتساوي

:نيالث الاجتمال

$d(P,Q') \geq d(P,Q)$ الحالة هذه في $P \neq Q'$
وهذا بالشكل موضح هو كما $d(P,P') \prec d(P,Q)$ الحالة هذه في $n \succ 6$ كانت إذا تناقض
أما في حالة n=5
فإن $d(P,Q') \prec d(P,Q)$ فإن يوبالتالي درجة 72 تساوي الدوران زاوية فإن
يمكن ما أقل تكون أن يجب Q وP بين المسافة لأن تناقض وهذا
في حالة n=4 فإن الدوران زاوية 90 هي الأصلية النسخة وتكون درجة 90 هي الدوران زاوية فإن أما في حالة n=4 فإن في الأصلية النسخة وتكون درجة 90 هي الدوران زاوية فإن أما في حالة n=4 مربع شكل على الشبكة
في حالة n=3 تكون الحالة هذه وفي درجة 120 الدوران زاوية نكون النسخة تكون الحالة هذه وفي درجة 120 الدوران زاوية نكون n=3 في حالة موضح هو كما درجة 60و درجة 120 زواياه معين شكل على للشبكة الأصلية بالشكل
أما في حالة n=2 فإن الدوران زاوية 180 درجة في هذه الحالة تكون النسخة الدوران زاوية فإن n=2 في حالة أما في أضلاع متوازي شكل على الشبكة في الأصلية
جديد؟ بنشاطٍ رأيكم ما
جميعو الرئيسة البناء وحدة إيجاد فيه ستحاولون الخامس النشاط هذا الاتية الأشكال في التناظرات.

هناك فإن واضح هو كما . المرئي الدرس هذا من الأخير المقطع في بكم مرحباً معاً البعض يتساءل قد ولكن العالم في الآرابيسك زمر من نهائياً لا عدداً في دوروف الروسي العالم أثبت لقد المتكافئة؟ غير الآرابيسك زمر عدد بوليا العالم قام ولقد متكافئة غير زمرةً 17 هو الزمر هذه عدد أن 1891 عام الدرس هذا أهداف من ليس مستقلة بصورةٍ ذلك بإثبات 1924 عام في ونجلي لكيفية مثال بتقديم سنقوم ولكننا الحقيقة لهذه إثبات تقديم المرئي الصورة لنأخذ الزمرة هذه نوع على التعرف وكيفية آرابيسك زمرة تصنيف الخاصة الآرابيسك زمرة على للتعرف الحمراء بقص ان الجدر لأحد التالية الصورة؟ لهذه البناء وحدة معاً هي :أولاً أسئلة عدة أنفسنا نسأل . الصورة بهذه
درجة 120, 60 زواياه معين هو الأساس البناء وحدة فإن واضح هو كما
في انسحابين وجود نلاحظ مختلفين؟ اتجاهين في انسحابان يوجد هل
آرابيسك زمرة وجود بصدد نحن وبالتالي تلفين مختلفين اتجاهين
صفر؟ الزاوية غير أي تافه غير دوران أصغر زاوية معاً
موضح هو كما درجة 60 مقدارها بزاوية تافهة غير دورانات وجود نلاحظ التالي بالشكل.
يتضح الإنترنت صفحة على المرئي الدرس بهذا الخاص الدليل إلى بالرجوع ماتين بين الفرق معاً هو P6mm أو p611 إما الزمرة لهذه المالين حاول هناك أن لنا الزمرتين؟

الزمرة p611 لا تحتوي على أية مرآة انعكاس أما p6mm تحتوي على مرآة انعكاسات

بعض الإيجاد تستطيعون لم الصورة؟ هذه في مرآة انعكاسات توجد لم وجدت؟ إن مرآة انعكاسات

أحسنتم

الصورة بهذه الخاصة الآرابيسك زمرة فإن وبالتالي رآقم انعكاس محاور توجد في p6mm

الرموز هذه تعني ماذا البعض يتساءل قد p6mm

P : مركزاً مستطيلاً وليست بدائية أساسية بناء وحدة

6 :يعني في أن صغر زاوية دوران $\frac{360^0}{6} = 60$ في كل غير

الأزرق باللون له ويشار عمودي مرآة انعكاس وجود يعني :الأول m حرف أما الفاتح

درجة 60 مقدارها زاوية عنصر مرآة انعكاس وجود يعني :الثاني m حرف أما المجموعة بالسينات محور مع

نحن والذي يشير للمعين الأيسر الحد هو منا الموجب السينات محور أن لاحظوا النشاط إلى الآن وصلنا الأصفر باللون موضح هذا الانعكاس محور الأسفل إلى يشير للندوالة للفنان بلوحة نختم أن لنحاول المرئي الدرس هذا في الأخير الصيت. الذي استخدم الذي الكثير من التناقضات في حياته لوحة بهذه الخاصة الآرابيسك زمرة تنتمي الآن لتحاولوا

في يكون وأن المرئي الدرس بهذا تمتعتم قد أنكم أتمنى الختام في وبركاته الله ورحمة عليكم والسلام لكم مفيداً.