**السائقون الأنانيون – مفارقة بريس وتخطيط حركة المرور**

د. جواد أبو هليل – جامعة الملك فهد للبترول والمعادن (المملكة العربية السعودية)

abuhlail@kfupm.edu.sa

**المقطع الأول:**

أعزائي المشاهدين ، السلام عليكم ورحمة الله تعالى وبركاته.

في البداية، أود أن أعرف بنفسي. أنا د. جواد يونس أبو هليل، من قسم الرياضيات والإحصاء في جامعة الملك فهد للبترول والمعادن، الظهران، المملكة العربية السعودية.

موضوعنا في هذا اليوم موضوع هام جداً، ويتعلق قبل كل شيء بسلامتنا الشخصية. إنه يتعلق **بالسائقين الأنانيين**. ما هو تأثير السائقين الأنانيين على حركة السير داخل المدن خاصة؟ ما هو تأثيرهم على ازدياد الازدحام داخل المدن؟ ما هو تأثيرهم على ازدياد حوادث السير، وخاصة في المملكة العربية السعودية؟ هذا ما سنناقشه في هذا الدرس المرئي.

لنتأمل المشاهد التالية. ما هو سبب إغلاق هذه الطرق؟ هل يؤثر إغلاق هذه الطرق على الازدحام؟ هل يزيد الازدحام في الشوارع المجاورة، أم يخفف ذلك من الازدحام؟ نتأمل أيضاً المشاهد التالية. ما هو سبب تغيير هؤلاء السائقين في كل مرة لمساراتهم ؟ هل هناك سبب وجيه لتغيير كل سائق من هؤلاء السائقين لمساره؟ قد يكون أحدهم مضطراً أن يتجه إلى شارع جانبي وقد يكون له العذر في ذلك، ولكن الملاحظ أن كثيراً من السائقين الشبان على وجه الخصوص يغيرون مساراتهم بشكل مستمر ولأكثر من مرة في أقل من دقيقة مثلاً. فما هو السبب في ذلك؟ هل يؤدي ذلك فعلاً إلى تقليل الزمن الذي يلزمهم للوصول إلى وجهتهم؟ ما هو تأثير السائقين الأنانيين على حركة المرور؟ ماذا لو كان جميع السائقين أنانيين وليس بعضهم فقط ؟

**نشاط 1:** لنكن محددين أكثر. عندنا مجموعة من السيارات تريد العبور من النقطة A إلى النقطة D وعندنا المساران التاليان.

**ما هو تأثير إغلاق الطريق BC؟**

**المقطع الثاني:**

ما هي أهم العوامل التي تحدد تصرف السائقين الأنانيين ؟

من الواضح أن كل سائق أناني يحرص فقط على مصلحته الشخصية وتقليل الزمن الذي يلزمه للوصول إلى هدفه بغض النظر عن مصلحة السائقين الآخرين.

ما معنى وجود شبكة الطرق في حالة اتزان ؟ حالة الاتزان يتم التوصل إليها عندما يدرك كل سائق أن لا فائدة له شخصياً من تغيير مساره، وأن أي تغيير لمساره سيؤدي إلى زيادة الزمن الذي يلزمه هو للوصول إلى هدفه. تم تقديم حالة الاتزان هذه والتي تعرف الآن بحاله **اتزان ناش** من قبل العالم الأمريكي جون ناش الذي قدم هذا المفهوم في أطروحته للدكتوراه عام 1950 من القرن الماضي (والتي تكونت من 28 صفحة فقط).

هل يتم دائماً الوصول إلى حالة الاتزان هذه؟ لنفكر قليلاً. لو قام بعض السائقين فقط بتغيير مساراتهم يمكننا أن لا نصل إلى حالة الاتزان، ولكن لو قام جميع السائقين بتغيير اتجاهاتهم في كل مرة يرون فيها اتجاهاً مناسباً لهم سنصل إلى حالة الاتزان بالتأكيد.

على ماذا يعتمد الوقت اللازم لعبور جزء من طريق ما ؟ حالة الطرق – الوقت الذي نعبر فيه هذا الطريق سواء كان في الصباح أو في المساء.

من الواضح أن هذه عوامل مهمة، ولكن العامل الأهم في تحديد الوقت الذي يلزمنا لعبور طريق ما هو عدد السيارات التي تعبر الطريق في هذا الوقت )في نفس الوقت(. ويعطى هذا الزمن على شكل دالة $t=t\left(x\right)$

وذلك حيث الزمن *t*  و *x* عدد السيارات التي تعبر الطريق . جميع الدوال التي سنستعملها في الأمثلة التي سنستعرضها لاحقا هي دوال خطية أو ثابتة.

**السؤال الرئيس هنا**: عندنا عدد معين من السيارات تريد العبور من A إلى D. هل سيؤدي إغلاق الطريق BC إلى تقليل أم زيادة الزمن الذي يلزم هذه للسيارات للوصول من A إلى D؟

لنفرض أن عندنا 4 سيارات تريد العبور من A إلى D كما هو موضح في الشكل التالي:

 $t\_{BD}=5$ $t\_{AB}=n\_{1}$

 $t\_{CD}=n\_{2}$ $t\_{AC}=5$

إذا كان الزمن اللازم لعبور AB هو$n\_{1}$ حيث $n\_{1}$ هو عدد السيارات التي تعبر هذا الطريق، والزمن اللازم لعبور **CD** هو $n\_{2}$ حيث $n\_{2}$ هو عدد السيارات التي تسلك هذا المقطع من الطريق، والزمن اللازم لعبور **BD** خمس دقائق، وكذلك الزمن الذي يلزم لعبورAC هو كذلك خمس دقائق بالفرض.

**نشاط 2:** ماذا لو أضفنا طريقاً ثالثاً من B إلى C؟ ما هو تأثير زيادة هذا الطريق الثالث على الزمن الذي يلزم هذه السيارات الأربع للوصول من A إلى D ؟

 $t\_{BD}=5$ $t\_{AB}=n\_{1}$

 $t\_{BC}=0$

 $t\_{CD}=n\_{2}$ $t\_{AC}=5$

**المقطع الثالث:**

سنحاول الآن الإجابة على بعض الأسئلة التي تم طرحها حول المثالين السابقين:

في المثال الأول وكما هو موضح في الشكل

 $t\_{BD}=5$ $t\_{AB}=n\_{1}$

 $t\_{CD}=n\_{2}$ $t\_{AC}=5$

يبدو من المنطقي الاستنتاج أننا سنتوصل إلى اتزان ناش عندما يتجه سائقان عبر المسار ABD والسائقان الآخران عبر المسار ACD، وفي هذه الحالة يكون الزمن الذي يلزم كل سائق من السائقين الأربعة 7 دقائق كما يمكنكم التأكد من ذلك مع أساتذتكم.

**ماذا لو أضفنا المسار أو الطريق BC؟** ولنعتبر أن الزمن اللازم للوصول من B إلى C في هذه الحالة قليل جداً بحيث يمكن إهماله.

في هذه الحالة توجد نقطتان يمكن للسائقين أن يغيروا اتجاههم عندها، وهي النقطة A والنقطة B. لاحظوا أن أي سائق يصل إلىC لا يمكنه أن يغير اتجاهه. في هذه الحالة توجد عندنا ثلاثة مسارات هي ABD و ACD، أما المسار الثالث فهو ABCD. الزمن اللازم لكل مسار من هذه المسارات موضح على الشاشة. لاحظوا أننا اعتبرنا الزمن اللازم للوصول من B إلى C صفراً لأنه قليل جدا بالثواني ويمكن إهماله.

لو قرر السائق الأول أن يسلك ACD ثم عرف أن السائقين الثلاثة الآخرين سيسلكون نفس المسار فإنه سيحتاج هو كما الآخرين إلى 9 دقائق:

$t\_{ACD}=5+n\_{2}=5+4=9$

أما إذا غيّر مساره إلى ABD فإنه سيحتاج إلى 6 دقائق:

$t\_{ABD}=n\_{1}+5=1+5=6$

أما إذا فكر أكثر وغير مساره إلى ABCD فإنه سيحتاج إلى 5 دقائق:

$t\_{ABCD}=n\_{1}+n\_{2}=1+4=5$

 في هذه الحالة وحرصاً منه على مصلحته الشخصية، سيقوم السائق الأول بتغيير مساره إلى ABCD.

**هل سنحصل على اتزان ناش في هذه الحالة ؟**

لاحظوا أن السائق الثاني يمكن أن يغير مساره. فلو اتجه مثلاً إلى ABD فانه سيحتاج إلى 7 دقائق:

$t\_{ABD}=n\_{1}+5=2+5=7$

لاحظوا أن $n\_{1}$ في هذه الحالة تغيرت من 1 إلى 2. أما إذا غير مساره إلىABCD فسيحتاج إلى 6 دقائق:

$t\_{ABCD}=n\_{1}+n\_{2}=2+4=6$

وهو نفس الوقت الذي سيحتاجه السائق الأول أيضاً إذا قرر السائق الثاني أيضا مرافقته على المسار ABCD. في هذه الحالة وحرصا منه على مصلحته الشخصية، سيقوم السائق الثاني أيضاً بتغير مساره إلى ABCD.

**هل سنحصل على اتزان ناش في هذه الحالة؟ ماذا لو غير السائق الثالث والرابع مسارهما أيضا؟**

لو غير السائق الثالث مساره إلى ABD فإنه سيحتاج إلى 8 دقائق:

$t\_{ABD}=n\_{1}+5=3+5=8$

 أما إذا غير مساره إلى ABCD فإنه سيحتاج إلى 7 دقائق:

$t\_{ABCD}=n\_{1}+n\_{2}=3+4=7$

وهو نفس الوقت الذي سيحتاجه السائقان الأول والثاني إذا قرر السائق الثالث مرافقتهما على المسار ABCD.

**ماذا عن السائق الرابع والأخير؟ هل سيبقى على المسار ACD؟**

لو بقي على المسار ACD فإنه سيحتاج إلى 9 دقائق:

$t\_{ACD}=5+n\_{2}=5+4=9$

أما إذا غير مساره إلى ABD فإنه سيحتاج إلى 9 دقائق أيضاً:

$t\_{ABD}=n\_{1}+5=4+5=9$

ولكنه لو غير مساره إلىABCD فإنه سيحتاج إلى 8 دقائق:

$t\_{ABCD}=n\_{1}+n\_{2}=4+4=8$

إذاً، حرصاً منه على مصلحته الخاصة ودون مراعاة مصلحة السائقين الثلاثة الآخرين سيقرر السائق الرابع أيضاً الانضمام إلى رفاقه على المسار . ABCD

يبدو هذا الأمر غير منطقي، ولكن هذا ما سيحصل إذا كان جميع السائقين الأربعة أنانيين.

**نشاط 3:** سيطلب منكم الآن إيجاد جميع الاحتمالات الممكنة لتوزيع السيارات على المسارات المختلفة قبل وبعد إضافة المسار BC، وإيجاد الزمن الكلي اللازم لعبور السيارات من A إلى D في كل حالة.

**ما هو أفضل زمن كلي ممكن؟**

**==========================================================**

**نشاط 4:** هل يمكنك إيجاد جميع التصرفات الأنانية التي ستظهر في المقاطع التالية؟

**المقطع الرابع:** نماذج لتصرفات سائقين أنانيين.

**المقطع الخامس:**

لنأخذ الآن مثالاً إضافياً. لتكن عندنا 100 سيارة تريد العبور من A إلى D ولتكن عندنا شبكة الطرق الموضحة في الشكل التالي

 $t\_{BD}=1$ $t\_{AB}=\frac{n\_{1}}{100}$

 $ t\_{BC}=0.25$

 $t\_{CD}=\frac{n\_{2}}{100}$ $t\_{AC}=1$

ليكن $n\_{1}$ عدد السيارات التي تعبر من A إلى B و $n\_{2}$ عدد السيارات التي تعبر منC إلى D حيث نحسب الوقت بالساعات. ليكن *x*$ $ عدد السيارات التي تعبر المسار ABD، *y* عدد السيارات التي تعبر المسارACD و *z* عدد السيارات التي تعبر المسار ABCD.

الوقت الذي يحتاجه من يسلك ABD هو

 $t\_{ABD}=t\_{AB}+t\_{BD}=\frac{n\_{1}}{100}+1=\frac{x+z}{100}+1$

لاحظ أن$n\_{1}=x+z$ حيث أنه عند حساب عدد السيارات التي تعبر ABيجب اعتبار السيارات التي تعبر ABCD وعددها *z*، بالإضافة إلى السيارات التي يختار سائقوها المسارABD وعددها *x*.

أما الوقت الذي يحتاجه من يسلك ACD فهو

$t\_{ACD}=t\_{AC}+t\_{CD}=1+\frac{n\_{2}}{100}=1+\frac{y+z}{100}$

لاحظ أن $n\_{2}=y+z$ حيث أن عدد السيارات التي تعبر CD هو

عدد السيارات التي تعبر المسار ABCD + عدد السيارات التي تعبر المسار ACD.

أما الوقت الذي يحتاجه من يسلك ABCD فهو

$t\_{ABCD}=(t\_{AB}+t\_{BC})+t\_{CD}=\frac{x+y+2z}{100}+\frac{1}{4}$

**متى نحصل على حالة الاتزان ؟**

نحصل على اتزان ناش عندما يكون الوقت الذي يحتاجه من يسلك ABD مساويا للوقت الذي يحتاجه من يسلك ACD ومساويا للوقت الذي يحتاجه من يسلك ABCD.

أي أننا نحصل على المعادلة

$\frac{1}{4}+\frac{x+y+2z}{100}=1+\frac{y+z}{100}=\frac{x+z}{100}+1$

وذلك لأنه في هذه الحالة لا فائدة لأي سائق من تغيير مساره حيث سيهم انتقاله إلى أي مسار جديد في زيادة عدد السيارات على المسار الجديد الذي انتقل إليه وبالتالي زيادة الوقت الذي سيلزمه لعبور المسار الجديد.

من ذلك نحصل على معادلتين:

$1+\frac{y+z}{100}=\frac{x+z}{100}+1$ (1)

$\frac{1}{4}+\frac{x+y+2z}{100}=1+\frac{y+z}{100}$ (2)

نحصل من المعادلة الأولى على $x=y$، والبتعويض في المعادلة الثانية نحصل على:

$\frac{1}{4}+\frac{2y+2z}{100}=1+\frac{y+z}{100}$

أي أن $ \frac{75}{100}=\frac{y+z}{100}$ومن ذلك $y+z=75$.

لاحظ أن مجموع السيارات $x+(y+z)=100$، وبالتالي فإننا نحصل على$25=x$ ، وهذا هو نفس عدد السيارات التي تعبر المسار ACD أي *y*. أما *z* فهي 50 سيارة.

نستنتج أن الوقت اللازم لعبور أي من المسارات الثلاثة في حالة الاتزان هو ساعة وثلاث أرباع الساعة:

$1+\frac{x+z}{100}=1+\frac{25+50}{100}=1\frac{3}{4}$

**نشاط 5:** السؤال الذي يطرح نفسه الآن:

**ما هو تأثير إغلاق الطريقBC؟ ومتى يتم التوصل إلى اتزان ناش في هذه الحالة؟**

**المقطع السادس:**

ماذا لو أغلقنا المسار BC؟ كما أوضحنا في الأمثلة السابقة، يتبقى هناك مساران فقط وهما ABD والمسار الآخر هو ACD. يوضح الشكل التالي هذين المسارين وعلى كل جزء من هذه المسارات وضعنا الزمن الذي يلزم لقطع هذا الجزء من الطريق.

 $t\_{BD}=1$ $t\_{AB}=\frac{x}{100}$

 $t\_{CD}=\frac{y}{100}$ $t\_{AC}=1$

في هذه الحالة يكون الوقت الذي يحتاجه من يسلك طريق ABD هو

$t\_{ABD}=\frac{n\_{1}}{100}+1=\frac{x}{100}+1$

أما الوقت الذي يحتاجه من يسلك طريق ACD فهو

$t\_{ACD}=1+\frac{n\_{2}}{100}=1+\frac{y}{100}$

من الواضح أننا نحصل على حاله الاتزان عندما ......... أحسنتم: عندما يكون الوقت الذي يحتاجه من يسلك طريق ABD مساوياً للوقت الذي يحتاجه من يسلك طريق ACD أي عندما

$\frac{x}{100}+1=1+\frac{y}{100}$

أي عندما $x=y$، وبالتالي $x=50$ و $y=50$ ) لأن جميع السيارات عددها يساوي 100).

لاحظوا أن عدد السيارات التي تسلك المسار ABCD هو صفر في هذه الحالة، حيث لا يوجد مسار بين النقطةB والنقطة C (حيث أغلقنا هذا المسار).

في هذه الحالة يكون الوقت اللازم للوصول من A إلى D في حالة الاتزان هو ساعة ونصف الساعة فقط بدلا من ساعة وثلاث أرباع الساعة، أي أننا عندما أغلقنا المسار BC وفرنا على السائقين في حالة الاتزان ربع ساعة.

هذه مفارقة عجيبة، تغلق طريقاً فيقل الزمن الذي يلزمك للوصول من A إلى D في حالة الاتزان!! تسمى هذه المفارقة تسمى مفارقة بريس (Braess's Paradox). وهي مفارقة قدمها عالم الرياضيات الألماني ديترش بريس (Dietrich Braess) في أطروحته للدكتوراه عام 1968، وهي مفارقة عجيبة كما أسلفنا وهي غير بدهية، ولكنها مشهورة في نظرية الألعاب المسماة (Game Theory) وتنص بشكل مبسط على أن

**زيادة السعة قد تؤدي إلى انخفاض في مستوى الأداء!!**

**نشاط 6:** لنرجع إلى السؤال السابق.

**هل تتحقق مفارقة بريس في الحياة العملية أم أن الأمر مجرد أمثلة نظرية لا تمد إلى الواقع بصلة؟**

سنترككم مع أساتذتكم للإجابة على هذا السؤال .

**المقطع السابع:**

تمت ملاحظة أن مفارقة بريس تنطبق في عدة شبكات طرق وذلك على سبيل المثال لا الحصر في سيئول (كوريا الجنوبية)، وفي شتوتغارت (ألمانيا) عام 1969، وفي نيويورك (الولايات المتحدة الأمريكية) حيث أدى إغلاق الشارع 42 عام 1990 إلى خفض الازدحام في المنطقة.

والسؤال الذي يطرح الآن:

**هل يمكن التنبؤ بأن إغلاق طرق معينه قد يؤدي إلى تحسين حركة المرور؟**

تنبأت دراسة قام بها عدة علماء في 2008 بإمكانية تحقق مفارقة بريس في عدة طرق محددة في بوسطن، ونيويورك ولندن، وأشار البحث إلى الطرق التي يمكن أن يؤدي إغلاقها إلى الحد من مدة السفر في هذه المدن.

السؤال الآخر الذي يطرح نفسه الآن:

**هل يمكن تجنب حدوث مفارقة بريس ؟**

أثبتت دراسة حديثة نشرتها العالمة الأمريكية آنا ناغورني (Anna Nagurney) في العام 2010 وللمرة الأولى أن ظاهرة بريس أو مفارقة بريس قد تختفي في شبكات الطرق التي يكون فيها الطلب على الطرق شديداً.

**هل يعني هذا أن إضافة طرق جديدة أمر جيد دائماً؟**

في نفس الدراسة أوضحت العالمة الأمريكية أن ما يحدث في هذه الحالة هو عدم استخدام السائقين للطريق الإضافي كنتيجة لما سمته الباحثة **حكمة الحشود** (crowd wisdom). نستنج من ذلك كما تؤكد الدراسة على أهمية الحذر الشديد عند تصميم البنية التحتية للطرق حيث أن الطلب الشديد على استخدام بعض الطرق قد يؤدي إلى عدم استخدام بعض أجزاءها على الإطلاق. يجدر التنويه إلى أن مفارقة بريس تظهر أيضاً في بعض التطبيقات الأخرى مثل شبكة الانترنت.

نقدم الآن إجابة كاملة للتساؤل الرئيس في هذا العرض، والذي كان:

**هل إضافة طريق جديدة يؤدي دائماً إلى تخفيف الازدحام بشبكة الطرق ؟**

يمكن تلخيص الاجابة كما يلي:

إن إضافة طريق جديدة لشبكة طرق قد يؤدي في بعض الأحيان إلى انخفاض في أداء الشبكة العام بدلا من تحسنه، وقد يؤدي في حالة الطلب الشديد إلى عدم استخدام بعض أجزاء شبكة الطرق هذه. أمر عجيب ولكنه يحدث.

**نشاط 7:** هل تعرفون بعض الطرق في مناطقكم التي يمكن أن يؤدي إغلاقها الى تحسين حركة المرور؟

**دليل المعلم**

بسم الله الرحمن الرحيم

أخي المدرس، أختي المدرسة ،

في البداية أتمنى أن يلقى هذا الدرس المرئي استحسانكم وأن يكون مناسباً لطلابكم. وأتمنى أيضاً أن تكون النشاطات التي تم اقتراحها للقيام بها في الصف ممتعة ومناسبة.

الغرض الرئيس من هذا الدرس المرئي هو زيادة الوعي بخطورة السائقين الأنانيين وتأثيرهم السلبي على انسياب حركة المرور في داخل المدن خاصة وكذلك على إمكانية تسببهم في حوادث السير .

أما الأهداف التعليمية الرئيسة لهذا الدرس المرئي فيمكن تلخيصها فيما يلي:

1. تطبيق حي وواقعي على فرع من أفرع الرياضيات وهو نظرية الألعاب (Game theory).
2. حث الطلاب وتشجيعهم على البحث العملي وتذكيرهم بأهميته وخاصة لحل المشاكل المتعلقة ببلدانهم.
3. تدريب الطلاب على طرق العد وتقصي كافة الحالات المحتملة في مثال ما.
4. تقديم مفهوم اتزان ناش (Nash Equilibrium) بشكل مبسط .
5. تقديم مفارقة بريس (Braess’s Paradox) بشكل مبسط.

أما ما يتطلبه الطالب لفهم هذا الدرس المرئي فيتلخص فيما يلي: طرق حل معادلتين خطيتين في متغيرين بطريقة الحذف أو بطريقة التعويض. وأكاد اجزم أن بإمكان أي طالب في المرحلة المتوسطة فهم ومتابعة هذا الدرس المرئي.

تم اقتراح سبعة أنشطة في هذا الدرس المرئي. يتبع كل نشاط مقطعاً من مقاطع الدرس المرئي. ويمكن تلخيصها كما يلي:

**النشاط الأول:** سيحاول الطلاب الإجابة عن السؤال الرئيس وهو: لنتابع الصورة التالية

هل سيؤدي إغلاق الطريقBC إلى زيادة الازدحام أم تخفيف الازدحام في الطرق المجاورة، أي المسارين ABD و ACD ؟

**النشاط الثاني:** سيحاول الطلاب الإجابة على الأسئلة التالية. كما تلاحظون في الصورة التالية:

 $t\_{BD}=5$ $t\_{AB}=n\_{1}$

 $t\_{BC}=0$

 $t\_{CD}=n\_{2}$ $t\_{AC}=5$

ما هي النقاط التي يملك عندها السائقون خيار تغيير مساراتهم، وما هي النقاط التي لا يملك السائقون عندها أي خيار، بل هم مجبرون على مسار معين. ما هي جميع المسارات المحتملة ؟ متى يتم التوصل إلى اتزان ناش؟ وما هو الوقت الذي يلزم كل سائق من السائقين الأربعة في المثالين الأول والثاني عند حالة الاتزان؟

 **النشاط الثالث:** في المثالين الأول والثاني سيحاول الطلاب إيجاد جميع الحالات الممكنة لتوزيع السيارات الأربعة على المسارات الممكنة قبل وبعد إضافة الطريق BC.كما سيحاول الطلاب إيجاد الوقت الكلي الذي يلزم السيارات الأربعة للعبور من النقطة A إلى D في كل حالة من الحالات التي تم إيجادها. سيطلب من الطلاب أيضا إيجاد أفضل وقت كلي.

**النشاط الرابع:** سيناقش الطلاب كل تصرف من التصرفات الأنانية في الفيديو المعروض والذي تم تصويره في المنطقة الشرقية من المملكة العربية السعودية. سيناقش الطلاب إمكانية تعديل هذا التصرف الأناني، وهل هذا التصرف منطقي أو غير منطقي؟ وما هو التصرف الصحيح في كل حالة؟

**النشاط الخامس:** سيناقش الطلاب الأسئلة التالية: ما هو تأثير إغلاق الطريق BC؟ متى يتم التوصل إلى اتزان ناش في هذه الحالة، أي بعد إغلاق الطريقBC ؟ ما هو الزمن الكلي اللازم للوصول منA إلىD في هذه الحالة؟

**النشاط السادس:** سيناقش الطلاب إمكانية تحقق مفارقة بريس (Braess’s Paradox) في الحياة العملية. هل تتحقق مفارقة بريس في الحياة العملية أم أن الأمر يعتمد على أمثلة نظرية فقط؟

**النشاط السابع:** سيناقش الطلاب إمكانية وجود طرق محددة في مدنهم أو قراهم أو مناطقهم يمكن أن يؤدي إغلاقها إلى تحسن في حركة المرور.

أود أن اذكر بان بإمكان المدرس أو المدرسة إعطاء بعض الطلبة المتميزين أوالمهتمين بموضوع الدرس المرئي بعض النشاطات الإضافية مثل:

* كتابة تقرير أو بحث مبسط عن مفهوم اتزان ناش وتطبيقاته في الحياة العملية
* كتابة بحث مبسط مختصر عن مفارقة بريس وتطبيقاتها في الحياة العميلة

وفي الختام أتمنى لكم مشاهدة طيبة وأن يلقى هذا الدرس المرئي استحسانكم وأن يكون مفيداً لكم ولطلابكم.

والسلام عليكم ورحمة الله تعالى وبركاته.